I punti materiali

Le equazioni orarie di un punto materiale A e un punto materiale C sono date dalle funzioni $s_A = f(t)$ $s_C = g(t)$ nell'intervallo di tempo $[t_1; t_2]$, in cui *f*(*t*) e *g*(*t*) si suppongono di classe C2, cioè continue insieme alle proprie derivate prime e seconde (ipotesi, questa, che si fa normalmente in fisica). Si sa che nell'intervallo $]t_1; t_2[$ il punto materiale C non si ferma mai. Dette $\bar{v}_A$ e $\bar{v}_C$ le velocità medie e $v_A(t)$ e $v_C(t)$ le rispettive velocità istantanee in $[t_1; t_2]$:

a) dire, giustificando adeguatamente, perché esiste almeno un istante t_0 con $t_1 < t_0 < t_2$ in cui risulta: $\dfrac{v_A(t_0)}{v_C(t_0)} = \dfrac{\bar{v}_A}{\bar{v}_C}$.

b) Siano ora: $s_A = f(t) = v_0 t - \dfrac{1}{2}at^2$ e $s_C = g(t) = \dfrac{1}{2}at^2 - bt^3$, dove s_A e s_C sono espressi in m e *t* in s con $v_0 = 2{,}00\dfrac{m}{s}$, $a = 1{,}00\dfrac{m}{s^2}$ e $b = 0{,}125\dfrac{m}{s^3}$. Calcola le velocità medie di A e C nell'intervallo di tempo $[0s ; 2{,}00s]$ e determina in quali istanti di tempo $t_0 \in\ ]0s ; 2{,}00s[$ risulta $\dfrac{v_A(t_0)}{v_C(t_0)} = \dfrac{\bar{v}_A}{\bar{v}_C}$;

c) Studia le funzioni $f(t) = 2t - 0{,}5t^2$ e $g(t) = 0{,}5t^2 - 0{,}125t^3$ nell'intervallo $]-\infty; +\infty[$ e tracciane il grafico.

d) Determina gli istanti in cui A e C occupano la stessa posizione e hanno la stessa velocità istantanea: troverai un istante $\bar{t}$ in cui questi due fatti si verificano contemporaneamente. In corrispondenza determina la posizione e la velocità comuni e interpreta tale circostanza in termini di grafico delle funzioni $f(t)$ e $g(t)$ del punto precedente. Determina infine l'istante in cui i punti materiali hanno la stessa accelerazione e il suo valore comune .